

| Luku                                       | Tavoitteena on, että opiskelija  |
|--|--|
| <b>1 Trigonometriaa yksikköympyrässä</b>   |  |
| <b>1.1</b> Radiaani ja suunnattu kulma     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• ymmärtää radiaanin määritelmän</li> <li>• oppii tutkimaan suunnattuja kulmia yksikköympyrässä</li> <li>• osaa muuttaa asteet radiaaneiksi ja päinvastoin</li> <li>• oppii tutkimaan suunnattuja kulmia teknisen apuvälineen avulla</li> </ul>   |
| <b>1.2</b> Sini ja kosini yksikköympyrässä | <ul style="list-style-type: none"> <li>• ymmärtää sinin ja kosinin suunnattua kulmaa vastaavan kehäpisteen koordinaatteina</li> <li>• ymmärtää, miksi sini ja kosini saavat vain välillä <math>[-1,1]</math> olevia arvoja</li> <li>• ymmärtää sinin ja kosinin yhteyden ja osaa käyttää kaavaa <math>\cos^2 x + \sin^2 x = 1</math></li> <li>• tietää sinin ja kosinin toistuvan <math>2\pi:n</math> välein</li> <li>• oppii käyttämään teknisiä apuvälineitä sinin ja kosinin määrittämisessä</li> </ul> |
| <b>1.3</b> Sinin ja kosinin ominaisuuksia  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• ymmärtää vasta- ja suplementtikulmien sinin ja kosinin kaavojen yhteyden sinin ja kosinin määritelmiin</li> <li>• ymmärtää, että niin sini kuin kosinikin voi saada saman arvon kahdella eri kehäpisteellä</li> <li>• tutustuu kaksinkertaisen kulman sinin ja kosinin kaavoihin</li> </ul>   |
| <b>1.4</b> Siniyhtälö ja kosiniyhtälö      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oppii ratkaisemaan muotoa <math>\sin x = a</math> ja <math>\cos x = a</math> olevat yhtälöt yksittäisratkaisua sekä jaksollisuutta ja symmetrioita hyödyntäen</li> <li>• oppii ratkaisemaan muotoa <math>\sin f(x) = a</math> ja <math>\cos f(x) = a</math> olevia yhtälöitä</li> <li>• vahvistaa tietojaan sinin ja kosinin ominaisuuksista</li> <li>• oppii käyttämään teknistä apuvälinettä sini- ja kosiniyhtälöiden ratkaisemisessa</li> </ul>               |

## 2 Sini ja kosini funktioina

### 2.1 Sinifunktio ja kosinifunktio

- ymmärtää sinin ja kosinin myös funktioina
- oppii tunnistamaan sini- ja kosinifunktioiden kuvaajat ja ymmärtää miten ne muodostuvat
- ymmärtää, mitä funktion jaksollisuus tarkoittaa
- oppii määrittämään muotoa  $A\sin(Cx + D) + B$  ja  $A\cos(Cx + D) + B$  olevien funktioiden suurimman ja pienimmän arvon sinin ja kosinin ominaisuuksien perusteella
- oppii hahmottelemaan ilman teknisiä apuvälineitä funktioiden  $\sin x$ ,  $\cos x$  sekä  $k\sin x$ ,  $\sin x + k$  ja  $\sin kx$  kuvaajat
- oppii ratkaisemaan trigonometrisia yhtälöitä sini- ja kosinifunktion kuvaajia hyödyntäen
- oppii tutkimaan sini- ja kosinifunktioita ja piirtämään niiden kuvaajia teknisen apuvälineen avulla

### 2.2 Sinin ja kosinin derivaatat

- oppii derivoimaan funktiot  $\sin x$  ja  $\cos x$
- vahvistaa ymmärrystään derivaatasta muutosnopeutena ja tangentin kulmakertoimena
- kertaa tulon ja osamäärän derivoimissäännöt
- vahvistaa taitojaan trigonometristen yhtälöiden ratkaisemisessa
- oppii käyttämään teknistä apuvälinettä sinin ja kosinin derivaattojen määrittämisessä

## 3 Tangentti

### 3.1 Tangentti yksikköympyrässä

- ymmärtää tangentin yksikköympyrän tangentin  $x = 1$  ja kulman loppukyljen tai sen jatkeen leikkauspisteenä
- tietää mille kulmille tangenttia ei ole määritelty
- tietää tangentin arvon toistuvan samana  $\pi$ :n välein
- tietää yhteyden  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- oppii määrittämään vastakulman tangentin yksikköympyrän symmetriaan perustuen
- osaa tutkia tangenttia teknisen apuvälineen avulla

### 3.2 Tangenttifunktio, tangenttiyhtälö ja tangentin derivaatta

- ymmärtää tangentin funktiona
- tietää tangenttifunktion määrittelyjoukon ja perusjakson
- oppii ratkaisemaan tangenttiyhtälön  $\tan x = a$  ja  $\tan f(x) = a$
- tietää, miten tangentin kuvaajan ominaisuudet (määrittelyjoukko, monotonisuus, arvojoukko, perusjakso) seuraavat tangentin määritelmästä
- oppii hyödyntämään kaavaa  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$  trigonometristen yhtälöiden ratkaisemisessa
- osaa derivoida funktion  $\tan x$
- oppii tutkimaan tangenttifunktiota ja piirtämään sen kuvaajan sekä ratkaisemaan tangenttiyhtälöitä teknisen apuvälineen avulla

## 4 Yhdistetty funktio

### 4.1 Yhdistetty funktio

- ymmärtää yhdistetyn funktion sekä sisä- ja ulkofunktion käsitteet
- oppii merkinnän  $f \circ g$
- oppii muodostamaan annettujen funktioiden yhdistetyn funktion
- oppii tunnistamaan yhdistetyn funktion sisä- ja ulkofunktion

### 4.2 Yhdistetyn funktion derivaatta

- oppii yhdistetyn funktion derivoimissäännön (ketjusäännön) ja osaa käyttää sitä
- vahvistaa taitojaan liittyen sisä- ja ulkofunktion tunnistamiseen
- kertaa derivoimissääntöjä
- vahvistaa ymmärrystään derivaatasta muutosnopeutena ja tangentin kulmakertoimena
- vahvistaa osaamistaan teknisen apuvälineen käytöstä sovellustehtävissä

### 4.3 Trigonometrinen funktioiden suurimpia ja pienimpiä arvoja

- oppii tutkimaan trigonometrisiä funktioita sisältäviä yhdistettyjä funktioita derivaatan avulla
- ymmärtää, miten funktion jaksollisuutta voidaan hyödyntää suurimman ja pienimmän arvon etsinnässä
- vahvistaa taitojaan funktion kulun tutkimisessa derivaatan avulla
- oppii ratkaisemaan geometrisiä ääriarvo-ongelmia trigonometrisiä funktioita käyttäen
- vahvistaa taitojaan funktioiden kulun tutkimisesta teknisen apuvälineen avulla